

Algorithme de recherche dichotomique

Si une liste \mathbf{l} de n valeurs est triée (par ordre croissant), alors il existe un moyen très efficace pour chercher un élément v dans la liste : il suffit d'appliquer l'algorithme de recherche dichotomique.

Principe de l'algorithme

Comparer l'élément central de la liste avec la valeur v ; si les valeurs sont égales, alors la tâche est accomplie, sinon on recommence dans la moitié pertinente de la liste.

Autrement dit, l'algorithme consiste à :

- Trouver la position la plus centrale de la liste (si la liste est vide, sortir et renvoyer **False**)
- Comparer la valeur de cette case à l'élément recherché **v**. Trois cas se présentent :
 - Si **v** est égale à la valeur centrale, alors renvoyer **True**
 - Si **v** est strictement inférieure à la valeur centrale, alors reprendre la procédure dans la moitié gauche de la liste
 - Si **v** est strictement supérieure à la valeur centrale, alors reprendre la procédure dans la moitié droite de la liste

Écriture de l'algorithme

On cherche à écrire une fonction `recherche_dichotomique(v, l)` qui recherche une valeur `v` dans une liste triée `T` dont voici la spécification.

- Entrées : une liste \mathbf{l} (de taille n constituée d'entiers), un entier v
- Sortie : un booléen
- Rôle : renvoie `True` si $v \in \mathbf{l}$, `False` sinon
- Précondition : \mathbf{l} est triée par ordre croissant
- Postcondition : \emptyset

(On pourrait écrire une fonction qui ne se contente pas de renvoyer `True` ou `False` pour indiquer que la valeur `v` est trouvée ou non, mais de renvoyer une position de la valeur cherchée (et `None` si `v` n'est pas dans `T`). Il n'y aurait quasiment rien à modifier (voir exercice))

Pour vous aider à écrire et comprendre l'algorithme, on va détailler le déroulé de l'algorithme en utilisant trois variables :

- m désigne la position la plus centrale de la zone de recherche (arrondi à l'inférieur)
- **debut** et **fin** désignent respectivement les indices de début et de fin de la zone de recherche.
- On a donc au départ **debut** = 0 et fin = $n - 1$

Exercice 1 : 1. Appliquez l'algorithme de recherche dichotomique pour chercher la valeur $v = 32$ dans la liste $l = [2, 3, 9, 10, 16, 30, 32, 37, 50, 89]$.

Schéma en début d'itération	m à la fin de l'itération	l[m] à la fin de l'itération	Poursuite recherche	debut à la fin de l'itération	fin à la fin de l'itération
				0	9
debut [2, 3, 9, 10, 16, 30, 32, 37, 50, 89] m	4	16	Droite	5	9
[2, 3, 9, 10, 16, 30, 32, 37, 50, 89]					
[2, 3, 9, 10, 16, 30, 32, 37, 50, 89]					
[2, 3, 9, 10, 16, 30, 32, 37, 50, 89]					

2. Quelle est la position de l'élément cherché ?

3. Combien de valeurs de la liste ont été examinées ?

Exercice 2 : Appliquez l'algorithme de recherche dichotomique pour chercher la valeur $v = 9$ dans la liste $l = [1, 2, 2, 5, 6, 6, 7, 9, 9, 11, 12, 13, 13, 15]$.

Schéma en début d'itération	m à la fin de l'itération	$l[m]$ à la fin de l'itération	Poursuite recherche	debut à la fin de l'itération	fin à la fin de l'itération
				0	13
[1, 2, 2, 5, 6, 6, 7, 9, 9, 11, 12, 13, 13, 15]					
[1, 2, 2, 5, 6, 6, 7, 9, 9, 11, 12, 13, 13, 15]					
[1, 2, 2, 5, 6, 6, 7, 9, 9, 11, 12, 13, 13, 15]					

2. Quelle est la position de l'élément cherché ?
3. Combien de valeurs de la liste ont été examinées ?

Exercice 3 : Appliquez l'algorithme de recherche dichotomique pour chercher la valeur $v = 14$ dans la liste $l = [1, 2, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15]$.

Schéma en début d'itération	m à la fin de l'itération	$l[m]$ à la fin de l'itération	Poursuite recherche	debut à la fin de l'itération	fin à la fin de l'itération
				0	9
[1, 2, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15]					
[1, 2, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15]					
[1, 2, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15]					
[1, 2, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15]					

2. Quelle est la position de l'élément cherché ?
3. Combien de valeurs de la liste ont été examinées ?